

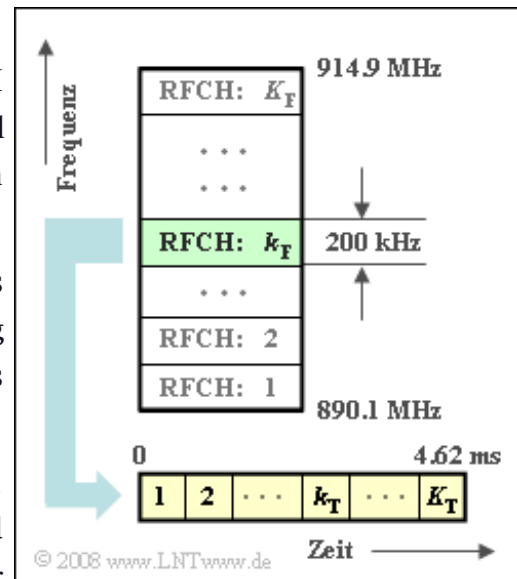
## A1.1: Multiplexing beim GSM-System

Der seit 1992 in Europa etablierte Mobilfunkstandard GSM (*Global System for Mobile Communication*) nutzt sowohl Frequenz- als auch Zeitmultiplex, um mehreren Teilnehmern die Kommunikation in einer Zelle zu ermöglichen.

Nachfolgend sind einige Charakteristika des Systems in etwas vereinfachter Form angegeben. Eine exaktere Beschreibung finden Sie im **Kapitel 3** des letzten LNTwww-Fachbuches „Beispiele von Nachrichtensystemen“.

- Das Frequenzband des Uplinks (die Verbindung von der Mobil- zur Basisstation) liegt zwischen 890 und 915 MHz. Unter Berücksichtigung der Guard-Bänder (von je 100 kHz) an den beiden Enden steht somit für den Uplink eine Gesamtbandbreite von 24.8 MHz zur Verfügung.
- Dieses Band wird von insgesamt  $K_F$  Teilkanälen (*Radio Frequency Channels*) genutzt, die mit einem jeweiligen Abstand von 200 kHz frequenzmäßig nebeneinander liegen. Die Numerierung geschieht mit der Laufvariablen  $k_F$ .
- Der Frequenzbereich für den Downlink (die Verbindung von der Basis- zur Mobilstation) liegt um 45 MHz oberhalb des Uplinks und ist in genau gleicher Weise wie dieser aufgebaut.
- Jeder dieser FDMA-Teilkanäle wird gleichzeitig von  $K_T$  Teilnehmern per TDMA (*Time Division Multiple Access*) genutzt.
- Jedem Teilnehmer steht im Abstand von 4.62 Millisekunden ein Zeitschlitz der Dauer  $T \approx 577 \mu\text{s}$  zur Verfügung. Während dieser Zeit müssen die (näherungsweise) 156 Bit übertragen werden, die das Sprachsignal unter Berücksichtigung von Datenreduktion und Kanalcodierung beschreiben.

**Hinweis:** Diese Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 1.1**.



### Fragebogen zu "A1.1: Multiplexing beim GSM-System"

a) Wieviele Teilkanäle entstehen durch Frequenzmultiplex?

$$K_F =$$

b) Welche Mittenfrequenz  $f_M$  hat der *Radio Frequency Channel* im Uplink mit der laufenden Nummer  $k_F = 100$ ?

$$f_M(k_F = 100) = \text{MHz}$$

c) Welcher Downlink-Kanal (Nummer  $k_F$ ) benutzt die Frequenz 940 MHz?

$$k_F =$$

d) Wieviele Teilkanäle entstehen durch Zeitmultiplex?

$$K_T =$$

e) Wieviele Teilnehmer  $K$  können bei GSM in einer Zelle gleichzeitig aktiv sein?

$$K =$$

f) Wie groß ist die Brutto-Bitrate bei GSM?

$$R_B = \text{ kbit/s}$$

## Z1.1: UKW-Rundfunk

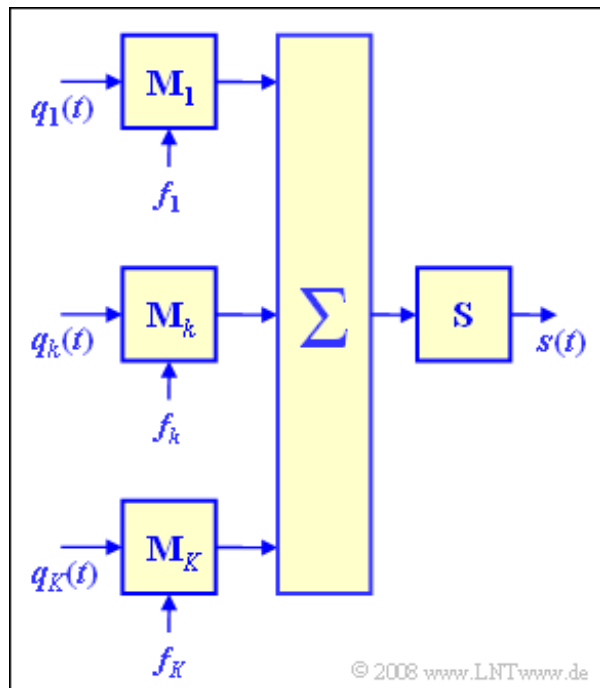
Man bezeichnet elektromagnetische Wellen in einem Frequenzbereich von 30 bis 300 MHz – entsprechend Wellenlängen zwischen zehn und einem Meter – als Ultrakurzwelle (UKW).

Im allgemeinen Sprachgebrauch wird unter UKW auch das Frequenzband VHF II (*Very High Frequency*) von 87.5 bis 108 MHz verstanden, das in Mitteleuropa vorwiegend zur Übertragung von frequenzmodulierten Hörfunkprogrammen in analoger Technik genutzt wird. Das gesamte Frequenzband ist in mehrere Kanäle mit einem Kanalraster von jeweils 300 kHz aufgeteilt.

In der Grafik sehen Sie das Prinzipschaltbild. Insgesamt  $K$  Quellensignale  $q_k(t)$  werden mit unterschiedlichen Trägerfrequenzen  $f_1, \dots, f_K$  moduliert und addiert.

Das Summensignal wird dann nach Leistungsverstärkung von einem Sender abgestrahlt. Dieses abgehende Signal bezeichnen wir als das Sendesignal  $s(t)$ .

**Hinweis:** Diese Aufgabe bezieht sich auf den Lehrstoff von **Kapitel 1.1**.



### Fragebogen zu "Z1.1: UKW-Rundfunk"

a) Welches Multiplexverfahren wird hier genutzt?

- Es handelt sich um FDM.
- Es handelt sich um TDM.

b) Wieviele Programme könnte man maximal im VHF II-Band übertragen?

$$K =$$

c) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- Die UKW-Kanäle sind breitbandiger als diejenigen beim Lang-, Mittel- und Kurzwellenrundfunk.
- Die Reichweite der UKW-Radiowellen ist größer als beim Lang-, Mittel- und Kurzwellenrundfunk.
- Das bei einem Empfänger ankommende Signal  $r(t)$  unterscheidet sich fast nicht vom Sendesignal  $s(t)$ .
- Die Funktionseinheit eines Radioempfängers zur Kanalseparierung („Einstellung der Sender“) ist der Tuner.

## A1.2: Verzerrungen? Oder keine?

Die drei Nachrichtensysteme  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  werden hinsichtlich der durch sie verursachten Verzerrungen analysiert. Zu diesem Zwecke wird an den Eingang eines jeden Systems das cosinusförmige Testsignal

$$q(t) = 2 \text{ V} \cdot \cos(2\pi f_N t)$$

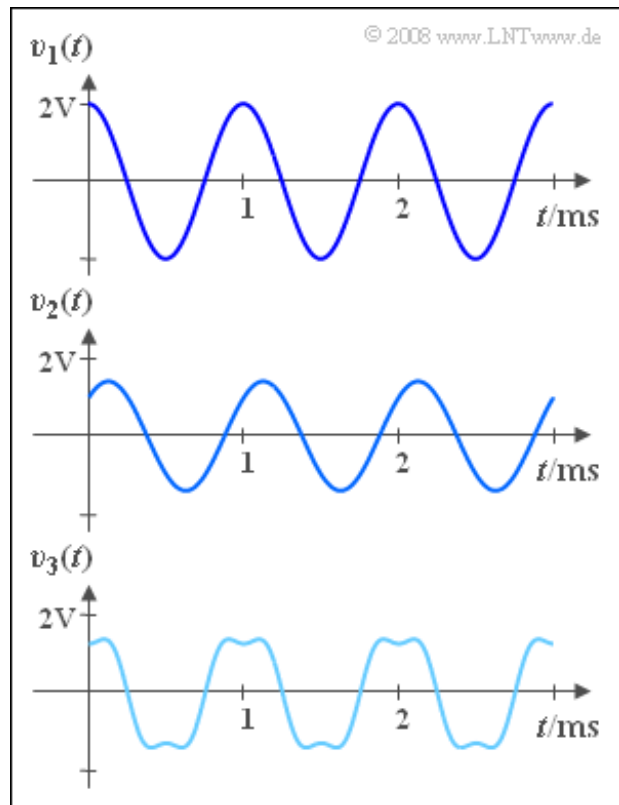
angelegt. Die Signalfrequenz ist stets  $f_N = 1 \text{ kHz}$ .

Gemessen werden die Signale am Ausgang der drei Systeme, die in der Grafik dargestellt sind:

$$v_1(t) = 2 \text{ V} \cdot \cos(2\pi f_N t),$$

$$v_2(t) = 1 \text{ V} \cdot \cos(2\pi f_N t) + \\ + 1 \text{ V} \cdot \sin(2\pi f_N t),$$

$$v_3(t) = 1.5 \text{ V} \cdot \cos(2\pi f_N t) - \\ - 0.3 \text{ V} \cdot \cos(6\pi f_N t).$$



Anzumerken ist, dass hier die in der Praxis stets vorhandenen Rauschteile als vernachlässigbar klein angenommen werden.

**Hinweis:** Diese Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 1.2** des vorliegenden Buches und das **Kapitel 2.2** von „Lineare zeitinvariante Systeme“. Bei nichtlinearen Verzerrungen ist das Signal-SNR  $\rho_v = 1/K^2$ , wobei der Klirrfaktor  $K$  das Verhältnis der Effektivwerte aller Oberwellen und Grundfrequenz angibt.

### Fragebogen zu "A1.2: Verzerrungen? Oder keine?"

a) Welche Aussagen sind nach dieser Messung über das System  $S_1$  möglich?

- $S_1$  könnte ein ideales System sein.
- $S_1$  könnte ein verzerrungsfreies System sein.
- $S_1$  könnte ein linear verzerrendes System sein.
- $S_1$  könnte ein nichtlinear verzerrendes System sein.

b) Schreiben Sie das zweite Signal in der Form  $v_2(t) = \alpha \cdot q(t - \tau)$  und bestimmen Sie die Kenngrößen.

$$\alpha =$$

$$\tau = \quad \mu\text{s}$$

c) Welche Aussagen sind nach dieser Messung über das System  $S_2$  möglich?

- $S_2$  könnte ein ideales System sein.
- $S_2$  könnte ein verzerrungsfreies System sein.
- $S_2$  könnte ein linear verzerrendes System sein.
- $S_2$  könnte ein nichtlinear verzerrendes System sein.

d) Von welcher Art sind die Verzerrungen beim System  $S_3$ ?

- Es handelt sich um lineare Verzerrungen.
- Es handelt sich um nichtlineare Verzerrungen.

e) Berechnen Sie das Sinken-SNR von System  $S_3$ .

$$\rho_{v3} =$$

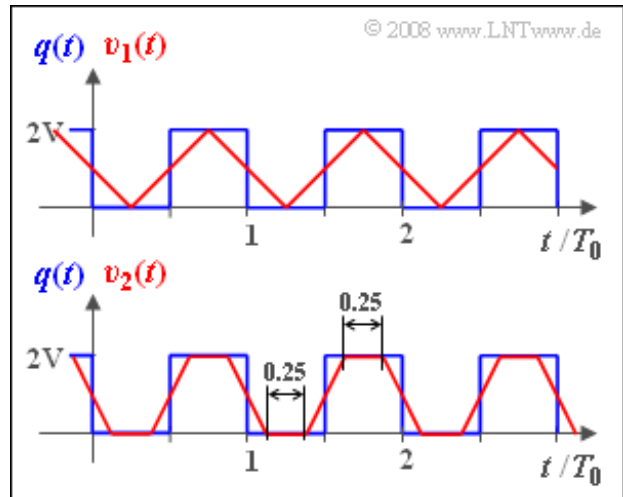
## Z1.2: Linear verzerrendes System

Modulator, Kanal und Demodulator einer Einrichtung zur Nachrichtenübertragung können durch ein einziges lineares System mit dem Frequenzgang

$$H(f) = \text{sinc}(\pi \cdot f \cdot \Delta t)$$

beschrieben werden. Die dazugehörige Impulsantwort ist rechteckförmig, symmetrisch um  $t = 0$  und weist die Höhe  $1/\Delta t$  sowie die Dauer  $\Delta t$  auf:

$$h(t) = \begin{cases} 1/\Delta t & \text{für } |t| < \Delta t/2, \\ 1/(2\Delta t) & \text{für } |t| = \Delta t/2, \\ 0 & \text{für } |t| > \Delta t/2. \end{cases}$$



Es handelt sich um einen Spalttiefpass, der im **Kapitel 1.3** des Buches „Lineare zeitinvariante Systeme“ eingehend behandelt wurde.

Am Systemeingang liegt das periodische Rechtecksignal  $q(t)$  mit der Periodendauer  $T_0$  an. Die Dauer der einzelnen Rechtecke und die der Lücken sind jeweils  $T_0/2$ . Die Höhe der Rechtecke beträgt 2V.

Das Signal  $v(t)$  am Systemausgang wird als Sinkensignal bezeichnet. Dieses ist für zwei verschiedene Parameterwerte der äquivalenten Impulsdauer in der Grafik dargestellt:

- Das Signal  $v_1(t)$  ergibt sich, wenn die äquivalente Impulsdauer von  $h(t)$  genau  $\Delta t_1$  ist.
- Entsprechend ergibt sich das Signal  $v_2(t)$  mit der äquivalenten Impulsdauer  $\Delta t_2$ .

Die Veränderung vom Rechtecksignal  $q(t)$  zum dreieck- bzw. trapezförmigen Sinkensignal  $v(t)$  ist auf lineare Verzerrungen zurückzuführen und wird durch das Fehlersignal  $\varepsilon(t) = v(t) - q(t)$  erfasst. Mit den Leistungen  $P_q$  und  $P_\varepsilon$  der Signale  $q(t)$  und  $\varepsilon(t)$  kann das Sinken-SNR berechnet werden:

$$\rho_v = \frac{P_q}{P_\varepsilon}$$

**Hinweis:** Die Aufgabe bezieht sich auf den Theorieteil von **Kapitel 1.2**. Die Leistungen  $P_q$  und  $P_\varepsilon$  sind die quadratischen Mittelwerte der Signale  $q(t)$  und  $\varepsilon(t)$  und können bei periodischen Signalen mit der Periodendauer  $T_0$  wie folgt ermittelt werden:

$$P_q = \overline{q(t)^2} = \frac{1}{T_0} \cdot \int_0^{T_0} q(t)^2 dt, \quad P_\varepsilon = \overline{\varepsilon(t)^2} = \frac{1}{T_0} \cdot \int_0^{T_0} \varepsilon(t)^2 dt.$$

**Fragebogen zu "Z1.2: Linear verzerrendes System"**

a) Wie groß ist die äquivalente Impulsdauer  $\Delta t_1$  in Bezug zur Periodendauer  $T_0$ .

$$\Delta t_1 / T_0 =$$

b) Wie lautet das Fehlersignal  $\epsilon_1(t) = v_1(t) - q(t)$ . Wie groß ist der Maximalwert?

$$\epsilon_{1, \max} = \quad \text{V}$$

c) Wie groß ist die „Leistung“  $P_{\epsilon 1}$  des Fehlersignals, also die mittlere quadratische Abweichung zwischen  $v_1(t)$  und  $q(t)$ ?

$$P_{\epsilon 1} = \quad \text{V}^2$$

d) Berechnen Sie die Nutzleistung  $P_q$  und das Sinken-SNR  $\rho_{v1}$ .

$$P_q = \quad \text{V}^2$$

$$\rho_{v1} =$$

e) Geben Sie die äquivalente Impulsdauer  $\Delta t_2$  an, die zum Sinkensignal  $v_2(t)$  führt.

$$\Delta t_2 / T_0 =$$

f) Ermitteln Sie das Fehlersignal  $\epsilon_2(t) = v_2(t) - q(t)$ , die Verzerrungsleistung  $P_{\epsilon 2}$  und das Sinken-SNR  $\rho_{v2}$ .

$$P_{\epsilon 2} = \quad \text{V}^2$$

$$\rho_{v2} =$$

g) Verallgemeinern Sie Ihre Ergebnisse für allgemeine Werte  $\Delta t$  der äquivalenten Impulsdauer. Welches Sinken-SNR ergibt sich für  $\Delta t_3 = 0.05 \cdot T_0$ ?

$$\rho_{v3} =$$

### A1.3: Vergleich beim AWGN-Kanal

Für den Vergleich verschiedener Modulationsverfahren und Demodulatoren hinsichtlich der Rauschempfindlichkeit gehen wir meist vom so genannten AWGN-Kanal aus und beschreiben folgendes doppelt-logarithmische Diagramm:

- Die Ordinate gibt den Sinken-Störabstand (SNR logarithmiert)  $10 \cdot \lg \rho_v$  in dB an.
- Auf der Abszisse ist  $10 \cdot \lg \xi$  aufgetragen, wobei für die normierte Leistungskenngröße gilt:

$$\xi = \frac{P_S \cdot \alpha_K^2}{N_0 \cdot B_{NF}}$$

- In  $\xi$  sind also die Sendeleistung  $P_S$ , der Kanaldämpfungsfaktor  $\alpha_K$ , die Rauschleistungsdichte  $N_0$  sowie die Bandbreite  $B_{NF}$  des Nachrichtensignals in geeigneter Weise zusammengefasst.
- Wenn nicht ausdrücklich etwas anderes angegeben ist, soll in der Aufgabe von folgenden Werten ausgegangen werden:

$$P_S = 5 \text{ kW}, \quad \alpha_K = 0.001, \quad N_0 = 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{Hz}}, \quad B_{NF} = 5 \text{ kHz}.$$

In der Grafik sind zwei Systeme eingezeichnet, deren  $x, y$ -Verlauf wie folgt charakterisiert werden kann:

- **System A:**

$$y = x + 1.$$

- **System B:**

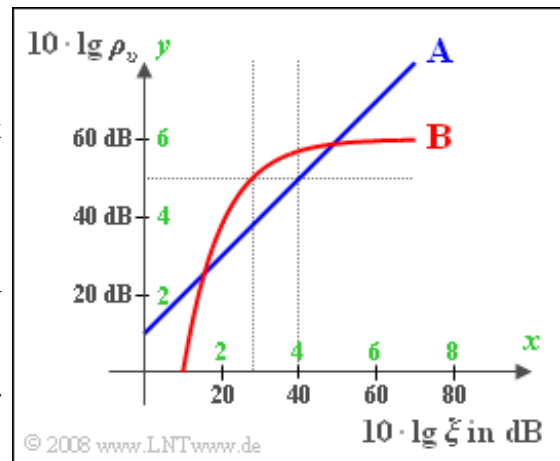
$$y = 6 \cdot (1 - e^{-x+1}).$$

Die in der Grafik zusätzlich grün eingezeichneten Achsenbeschriftungen haben folgende Bedeutung:

$$x = \frac{10 \cdot \lg \xi}{10 \text{ dB}}, \quad y = \frac{10 \cdot \lg \rho_v}{10 \text{ dB}}.$$

So steht  $x = 4$  für  $10 \cdot \lg \xi = 40 \text{ dB}$  bzw.  $\xi = 10^4$  und  $y = 5$  für  $10 \cdot \lg \rho_v = 50 \text{ dB}$ , also  $\rho_v = 10^5$ .

**Hinweis:** Diese Aufgabe bezieht sich auf den Theorieteil von **Kapitel 1.2**.



### Fragebogen zu "A1.3: Vergleich beim AWGN-Kanal"

a) Welcher Sinken-Störabstand (in dB) ergibt sich bei System A mit  $P_S = 5 \text{ kW}$ ,  $\alpha_K = 0.001$ ,  $N_0 = 10^{-10} \text{ W/Hz}$  und  $B_{\text{NF}} = 5 \text{ kHz}$ ?

**System A:**  $10 \cdot \lg \rho_v =$  dB

b) Es wird nun  $10 \cdot \lg \rho_v \geq 60 \text{ dB}$  gefordert. Durch welche Maßnahmen (jeweils für sich allein) ist dies zu erreichen?

- Erhöhung der Sendeleistung  $P_S$  von 5 kW auf 10 kW.
- Erhöhung des Kanaldämpfungsfaktors  $\alpha_K$  von 0.001 auf 0.004.
- Reduzierung der Rauschleistungsdichte  $N_0$  auf  $10^{-11} \text{ W/Hz}$ .
- Erhöhung der NF-Bandbreite von 5 kHz auf 6 kHz.

c) Welcher Störabstand ergibt sich bei System B mit  $10 \cdot \lg \xi = 40 \text{ dB}$ ?

**System B:**  $10 \cdot \lg \rho_v =$  dB

d) Gefordert wird der Störabstand  $10 \cdot \lg \rho_v = 50 \text{ dB}$ . Welche Sendeleistung  $P_S$  genügt bei System B, um diese Qualität zu erzielen?

$P_S =$  kW

e) Für welchen Wert von  $10 \cdot \lg \xi$  ist die Verbesserung des Systems B gegenüber System A am größten?

$10 \cdot \lg \xi =$  dB

## Z1.3: Thermisches Rauschen

Eine fundamentale und bei jedem Nachrichtensystem auftretende Störung ist das thermische Rauschen, da jeder Widerstand  $R$  mit der absoluten Temperatur  $\theta$  (in „Grad Kelvin“) ein Rauschsignal  $n(t)$  mit der (einseitigen) Rauschleistungsdichte

$$N_{0, \min} = k_B \cdot \theta \quad (k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Ws/K})$$

abgibt.  $k_B$  bezeichnet man als die Boltzmann-Konstante.

Allerdings ist diese aus physikalischen Gründen auf 6 THz begrenzt. Weiterhin ist zu beobachten, dass dieser minimale Wert nur bei exakter Widerstandsanpassung erreicht werden kann.

Bei der Realisierung einer Schaltungseinheit – zum Beispiel eines Verstärkers – ist die wirksame Rauschleistungsdichte meist deutlich größer, da sich mehrere Rauschquellen addieren und zudem Fehlanpassungen eine Rolle spielen. Dieser Effekt wird durch die Rauschzahl  $F$  erfasst, und es gilt:

$$N_0 = F \cdot N_{0, \min} = F \cdot k_B \cdot \theta.$$

Für die wirksame Rauschleistung gilt mit der Bandbreite  $B$ :

$$N = N_0 \cdot B \quad (= N_0 \cdot B \cdot R = \sigma_n^2).$$

Nach der ersten Gleichung ergibt sich die tatsächliche, physikalische Leistung in „W“. Nach der zweiten, in Klammern angegebenen Gleichung hat das Ergebnis die Einheit „V<sup>2</sup>“. Das heißt: Hier ist die Leistung – wie in der Nachrichtentechnik allgemein üblich – auf den Bezugswiderstand  $R = 1 \Omega$  umgerechnet. Diese Gleichung muss auch herangezogen werden, um den Effektivwert (die Streuung)  $\sigma_n$  des Rauschsignals  $n(t)$  zu berechnen.

Alle Gleichungen gelten unabhängig davon, ob es sich um Tiefpass- oder Bandpass-Rauschen handelt. Die Grafik zeigt zwei Rauschsignale  $n_1(t)$  und  $n_2(t)$  bei gleicher Bandbreite. In der Teilaufgabe d) ist gefragt, welches dieser Signale am Ausgang eines Tiefpasses bzw. eines Bandpasses auftreten wird.

Die zweiseitige Rauschleistungsdichte von bandbegrenztem Tiefpass-Rauschen  $n_{\text{TP}}(t)$  lautet:

$$\Phi_{n, \text{TP}}(f) = \begin{cases} N_0/2 & \text{für } |f| < B, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

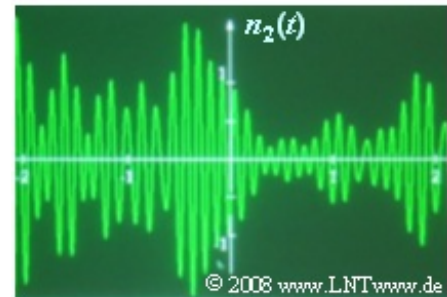
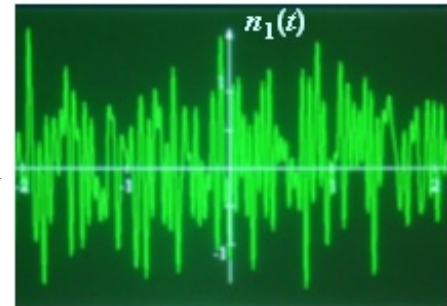
Dagegen gilt bei bandpassartigem Rauschen  $n_{\text{BP}}(t)$  mit der Mittenfrequenz  $f_M$ :

$$\Phi_{n, \text{BP}}(f) = \begin{cases} N_0/2 & \text{für } |f - f_M| < B/2, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Für alle nachfolgenden Berechnungen wird vorausgesetzt:

$$F = 10, \quad \theta = 290 \text{ K}, \quad R = 50 \Omega, \quad B = 30 \text{ kHz}, \quad f_M = 0 \text{ bzw. } 100 \text{ kHz}.$$

**Hinweis:** Die Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 1.2**.



### Fragebogen zu "Z1.3: Thermisches Rauschen"

a) Berechnen Sie die Rauschleistungsdichte mit  $F = 10$  und  $\theta = 290$  K.

$$N_0 = \quad \text{W/Hz}$$

b) Wie groß ist die maximale Rauschleistung, d.h. ohne weitere Bandbegrenzung?

$$N_{\max} = \quad \text{W}$$

c) Welche Rauschleistung  $N$  ergibt sich mit der Bandbreite  $B = 30$  kHz? Wie groß ist der Rauscheffektivwert  $\sigma_n$ ?

$$N = \quad \text{W}$$

$$\sigma_n = \quad \text{V}$$

d) Welches der Signale  $n_1(t)$  und  $n_2(t)$  zeigt TP- und welches BP-Rauschen?

- Das Rauschsignal  $n_1(t)$  hat Tiefpass-Charakter.
- Das Rauschsignal  $n_1(t)$  hat Bandpass-Charakter.

e) Welchen Wert hat die Rauschleistungsdichte des Tiefpass-Rauschens bei der Frequenz  $f = 20$  kHz? Es gelte  $B = 30$  kHz.

$$\Phi_{n, \text{TP}}(f = 20 \text{ kHz}) = \quad \text{W/Hz}$$

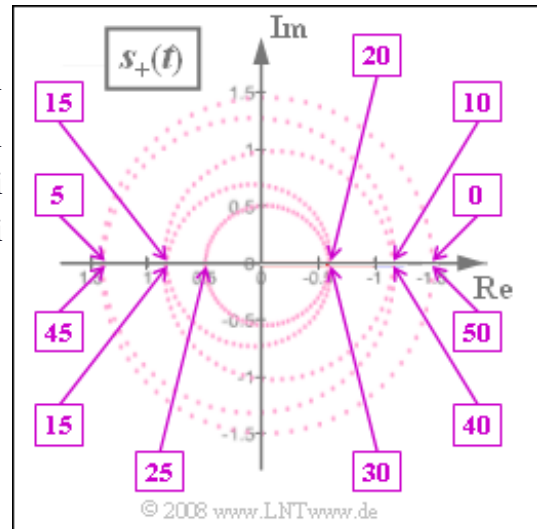
f) Welchen Wert besitzt die Rauschleistungsdichte des Bandpass-Rauschens bei der Frequenz  $f = 120$  kHz? Es gelte  $f_M = 100$  kHz und  $B = 30$  kHz.

$$\Phi_{n, \text{BP}}(f = 120 \text{ kHz}) = \quad \text{W/Hz}$$

## A1.4: Zeigerdiagramm und Ortskurve

Die beiliegende Grafik zeigt das analytische Signal  $s_+(t)$  in der komplexen Ebene. Die in den Rechtecken angegebenen Zahlenwerte geben die Zeitpunkte in Mikrosekunden an. Bei allen Vielfachen von  $5 \mu\text{s}$  ist  $s_+(t)$  stets reell und hat dabei folgende Werte:

$$\begin{aligned} s_+(t = 0) &= s_+(t = 50 \mu\text{s}) = 1.500, \\ s_+(t = 5 \mu\text{s}) &= s_+(t = 45 \mu\text{s}) = -1.405, \\ s_+(t = 10 \mu\text{s}) &= s_+(t = 40 \mu\text{s}) = 1.155, \\ &\dots = \dots \\ s_+(t = 25 \mu\text{s}) &= -0.500. \end{aligned}$$



Als bekannt vorausgesetzt werden kann, dass das dazugehörige physikalische Signal folgende Form hat:

$$s(t) = A_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + \frac{A_0}{2} \cdot \cos((\omega_T + \omega_0) \cdot t) + \frac{A_0}{2} \cdot \cos((\omega_T - \omega_0) \cdot t).$$

Gegeben ist weiterhin die Frequenz des Trägersignals zu  $f_T = 100 \text{ kHz}$ . Ermittelt werden sollen die drei weiteren Parameter  $f_0$ ,  $A_T$  und  $A_0$ .

Bezug genommen wird auch auf das äquivalente TP-Signal  $s_{\text{TP}}(t)$ , wobei folgender Zusammenhang mit dem analytischen Signal besteht:

$$s_{\text{TP}}(t) = s_+(t) \cdot e^{-j \cdot \omega_T \cdot t}.$$

**Hinweis:** Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 1.3** dieses Buches. Weitere Informationen zu dieser Thematik finden Sie in **Kapitel 2.3** – **Kapitel 4.2** – **Kapitel 4.3** des Buches „Signaldarstellung“ sowie den folgenden Interaktionsmodulen:

**Zeigerdiagramm – Darstellung des analytischen Signals** (196 kB)

**Ortskurve – Verlauf des äquivalenten Tiefpass-Signals** (205 kB)

In unserem Tutorial *LNTwww* wird die Darstellung des analytischen Signals  $s_+(t)$  in der komplexen Ebene durchgehend als „Zeigerdiagramm“ bezeichnet, während die „Ortskurve“ den zeitlichen Verlauf des äquivalenten TP-Signals  $s_{\text{TP}}(t)$  angibt.

### Fragebogen zu "A1.4: Zeigerdiagramm und Ortskurve"

a) Geben Sie ausgehend von  $s(t)$  die Gleichung für  $s_+(t)$  an und vereinfachen Sie diese. Welche Gleichung gilt für das äquivalente Tiefpass-Signal?

$s_{\text{TP}}(t) = A_0 \cdot \exp(-j\omega_0 t)$ .

$s_{\text{TP}}(t) = A_T + A_0 \cdot \exp(j\omega_0 t)$ .

$s_{\text{TP}}(t) = A_T + A_0 \cdot \cos(\omega_0 t)$ .

b) Bestimmen Sie den Signalparameter  $f_0$ .

$f_0 =$  kHz

c) Bestimmen Sie die weiteren Signalparameter  $A_T$  und  $A_0$ .

$A_T =$

$A_0 =$

d) Berechnen Sie die Werte von  $s_+(t)$  zu den Zeitpunkten  $t = 15 \mu\text{s}$  und  $t = 20 \mu\text{s}$ .

$s_+(t = 15 \mu\text{s}) =$

$s_+(t = 20 \mu\text{s}) =$

## Z1.4: Darstellungsformen von Schwingungen

Betrachtet wird eine harmonische Schwingung  $z(t)$ , die zusammen mit dem zugehörigen Signal  $z_+(t)$  in der Grafik dargestellt ist.

Diese Signale können mathematisch wie folgt beschrieben werden:

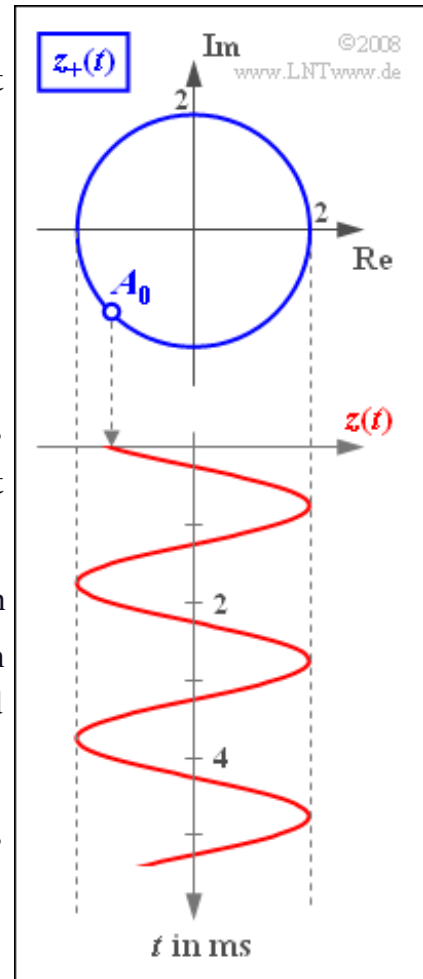
$$\begin{aligned} z(t) &= A_T \cdot \cos(2\pi f_T t + \phi_T) \\ &= A_T \cdot \cos(2\pi f_T (t - \tau)), \\ z_+(t) &= A_0 \cdot e^{j \cdot \omega_T \cdot t} \end{aligned}$$

Die zwei Amplitudenparameter  $A_T$  und  $A_0$  sind jeweils dimensionslos, der Phasenwert  $\phi_T$  soll zwischen  $\pm\pi$  liegen und die Laufzeit  $\tau$  ist nicht negativ.

Beachten Sie weiter, dass  $\phi_T$  in obiger Gleichung mit positivem Vorzeichen erscheint. Unter **Anmerkungen zur Nomenklatur** finden Sie eine Begründung für die unterschiedliche Verwendung von  $\phi_T$  und  $\phi_T = -\phi_T$ .

Die Teilaufgabe d) bezieht sich auf das äquivalente TP-Signal  $z_{TP}(t)$ , das mit  $z_+(t)$  in folgendem Zusammenhang steht:

$$z_{TP}(t) = z_+(t) \cdot e^{-j \cdot \omega_T \cdot t}.$$



**Hinweis:** Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 1.3** dieses Buches. Weitere Informationen zu dieser Thematik finden Sie in **Kapitel 2.3 – Kapitel 4.2 – Kapitel 4.3** des Buches „Signaldarstellung“ sowie bei den folgenden Interaktionsmodulen:

**Zeigerdiagramm – Darstellung des analytischen Signals** (196 kB)

**Ortskurve – Verlauf des äquivalenten Tiefpass-Signals** (205 kB)

### Fragebogen zu "Z1.4: Darstellungsformen von Schwingungen"

a) Berechnen Sie die Signalparameter  $A_T$ ,  $f_T$  und  $\omega_T$ .

$$A_T =$$
$$f_T = \text{Hz}$$
$$\omega_T = \text{1/s}$$

b) Bestimmen Sie die Phase  $\phi_T$  (zwischen  $\pm 180^\circ$ ) und die Laufzeit  $\tau$ .

$$\phi_T = \text{Grad}$$
$$\tau = \text{ms}$$

c) Zu welcher Zeit  $t_1 > 0$  ist das analytische Signal  $z_+(t)$  zum ersten Mal imaginär?

$$t_1 = \text{ms}$$

d) Wie lautet das äquivalente Tiefpass-Signal  $z_{TP}(t)$ ? Geben Sie zur Kontrolle den Wert bei  $t = 1 \text{ ms}$  ein.

$$\text{Re}[z_{TP}(t = 1 \text{ ms})] =$$

$$\text{Im}[z_{TP}(t = 1 \text{ ms})] =$$

e) Welche der folgenden Aussagen gelten für alle harmonischen Schwingungen?

- Das Spektrum  $Z(f)$  besteht aus zwei Diracfunktionen bei  $\pm f_T$ .
- Das Spektrum  $Z_+(f)$  weist eine Diracfunktion bei  $-f_T$  auf.
- Das Spektrum  $Z_{TP}(f)$  beinhaltet eine Diracfunktion bei  $f = 0$ .
- Das analytische Signal  $z_+(t)$  einer Harmonischen ist stets komplex.
- Das äquivalente TP-Signal  $z_{TP}(t)$  ist stets komplex.