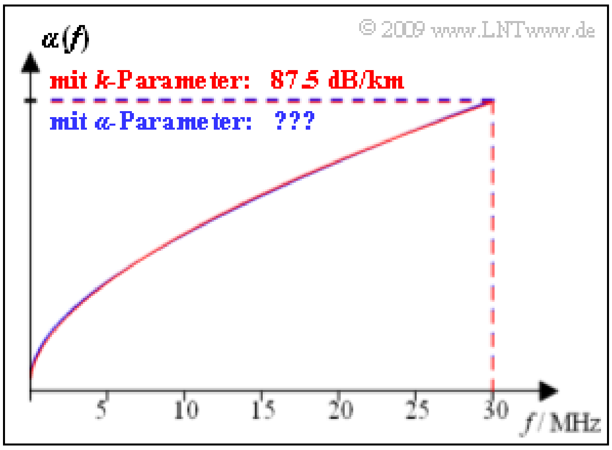
A4.6: *k*- und *α*-Parameter



Für symmetrische Kupfer–Doppeladern findet man in **[PW95]** die folgende empirische Formel, gültig für den Frequenzbereich $0 \le f \le 30$ MHz:

$$\alpha_{\rm I}(f) = k_1 + k_2 \cdot (f/f_0)^{k_3}, \quad f_0 = 1\,{\rm MHz}.$$

Dagegen ist das Dämpfungsmaß eines Koaxialkabels stets in der folgenden Form angegeben:

$$\alpha_{\rm II}(f) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot f + \alpha_2 \cdot \sqrt{f}\,.$$

Insbesondere zur Berechnung von Impulsantwort und Rechteckantwort ist es von Vorteil, auch für die Kupfer–Doppeladern die zweite Darstellungsform mit den Kabelparametern α_0, α_1 und α_2 anstelle der Beschreibung durch k_1, k_2, und k_3 zu wählen. Für die Umrechnung geht man dabei wie folgt vor:

- Aus obigen Gleichungen ist offensichtlich, dass der die Gleichsignaldämpfung charakterisierende Koeffizient k_1 gleich α_0 ist.
- Zur Bestimmung von α_1 und α_2 wird davon ausgegangen, dass der mittlere quadratische Fehler im Bereich einer vorgegebenen Bandbreite B minimal sein soll:

$$\mathrm{E}[\varepsilon^2(f)] = \int_0^B [\alpha_{\rm II}(f) - \alpha_{\rm I}(f)]^2 \,{\rm d}f \quad \Rightarrow \quad {\rm Minimum}\,.$$

- Die Differenz $\varepsilon^2(f)$ und der mittlere quadratische Fehler $\mathrm{E}[\varepsilon^2(f)]$ ergeben sich dabei wie folgt:

$$\begin{aligned}\varepsilon^2(f) &= \left[\alpha_1 \cdot f + \alpha_2 \cdot \sqrt{f} - k_2 \cdot (f/f_0)^{k_3}\right]^2 = \\ &= \alpha_1^2 f^2 + 2\alpha_1\alpha_2 f^{1.5} + \alpha_1^2 f + k_2^2 \frac{f^{2k_3}}{f_0^{2k_3}} - 2k_2\alpha_1 \frac{f^{k_3+1}}{\cdot} f_0^{k_3} - \frac{2k_2\alpha_2}{k_3+1.5}\frac{B^{k_3+1.5}}{f_0^{k_3}} \\ \Rightarrow \quad \mathrm{E}[\varepsilon^2(f)] &= \alpha_1^2 \frac{B^3}{3} + \frac{4}{5}\alpha_1\alpha_2 B^{2.5} + \alpha_1^2 \frac{B^2}{2} + \frac{k_2^2}{2k_3+1} \cdot \frac{B^{2k_3+1}}{f_0^{2k_3}} - \\ &\quad - \frac{2k_2\alpha_1}{k_3+2}\frac{B^{k_3+2}}{f_0^{k_3}} - 2k_2\alpha_2 \frac{f^{k_3+0.5}}{f_0^{k_3}}\,.\end{aligned}$$

  Diese Gleichung beinhaltet die zu verrechnenden Kabelparameter α_1, α_2, k_2 und k_3 sowie die Bandbreite B, innerhalb derer die Approximation gültig sein soll.

- Durch Nullsetzen der Ableitungen von $\mathrm{E}[\varepsilon^2(f)]$ nach α_1 bzw. α_2 erhält man zwei Gleichungen für die bestmöglichen Koeffizienten α_1 und α_2, die den mittleren quadratischen Fehler minimieren. Diese lassen sich in folgender Form darstellen:

$$\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{E}[\varepsilon^2(f)]}{\mathrm{d}\,\alpha_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 + C_1 \cdot \alpha_2 + C_2 = 0\,,$$
$$\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{E}[\varepsilon^2(f)]}{\mathrm{d}\,\alpha_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 + D_1 \cdot \alpha_2 + D_2 = 0\,.$$

- Aus der Gleichung $C_1 \cdot \alpha_2 + C_2 = D_1 \cdot \alpha_2 + D_2$ lässt sich daraus der Koeffizient α_2 berechnen und anschließend aus jeder der beiden oberen Gleichungen der Koeffizient α_1.

Die obere Grafik zeigt das Dämpfungsmaß für eine Kupferdoppelader mit 0.5 mm Durchmesser, deren k–Parameter lauten:

$$k_1 = 4.4\,\frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{km}}\,, \;\; k_2 = 10.8\,\frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{km}}\,, \;\; k_3 = 0.60\ .$$

Die rote Kurve zeigt die damit berechnete Funktion $\alpha(f)$. Für f = 30 MHz ergibt sich das Dämpfungsmaß α = 87.5 dB/km. Die blaue Kurve gibt die Approximation mit den α–Koeffizienten an. Diese ist von der roten Kurve innerhalb der Zeichengenauigkeit fast nicht zu unterscheiden.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 4.3.**

Fragebogen zu "A4.6: *k*- und *α*-Parameter"

a) Berechnen Sie die Parameter der Gleichung $\alpha_1 + C_1 \cdot \alpha_2 + C_2 = 0$, die sich aus der Ableitung dE[...]/dα_1 ergeben. Welche Ergebnisse sind zutreffend?

- ☐ $C_1 = 6/5 \cdot B^{-0.5}$,
- ☐ $C_1 = 5/4 \cdot B^{-0.5}$,
- ☐ $C_1 = 4/3 \cdot B^{2}$,
- ☐ $C_2 = -4/3 \cdot B^{-2}$,
- ☐ $C_2 = 5/2 \cdot k_2/(k_3 + 1.5) \cdot B^{k_3-1} \cdot f_0^{-k_3}$,
- ☐ $C_2 = 3 \cdot k_2/(k_3 + 2) \cdot B^{k_3-1} \cdot f_0^{-k_3}$.

b) Berechnen Sie die Parameter der Gleichung $\alpha_1 + D_1 \cdot \alpha_2 + D_2 = 0$, die sich aus der Ableitung dE[...]/dα_2 ergeben. Welche Ergebnisse sind zutreffend?

- ☐ $D_1 = 6/5 \cdot B^{-0.5}$,
- ☐ $D_1 = 5/4 \cdot B^{-0.5}$,
- ☐ $D_1 = 4/3 \cdot B^{2}$,
- ☐ $D_2 = -4/3 \cdot B^{-2}$,
- ☐ $D_2 = 5/2 \cdot k_2/(k_3 + 1.5) \cdot B^{k_3-1} \cdot f_0^{-k_3}$,
- ☐ $D_2 = 3 \cdot k_2/(k_3 + 2) \cdot B^{k_3-1} \cdot f_0^{-k_3}$.

c) Berechnen Sie die Koeffizienten α_1 und α_2 für gegebene k_2 und k_3. Welche der folgenden Aussagen sind zutreffend?

- ☐ Für $k_3 = 1$ gilt $\alpha_1 = k_2/f_0$, $\alpha_2 = 0$.
- ☐ Für $k_3 = 0.5$ gilt $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = k_2/f_0^{0.5}$.

d) Ermitteln Sie die Koeffizienten für die Approximationsbandbreite $B = 30$ MHz.

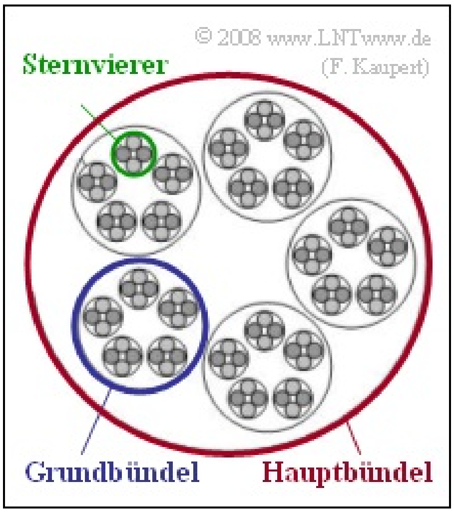
$\boldsymbol{\alpha_1}$ = dB/km/MHz

$\boldsymbol{\alpha_2}$ = dB/km/MHz$^{0.5}$

e) Berechnen Sie mit den α–Parametern das Dämpfungsmaß bei f = 30 MHz.

$\boldsymbol{\alpha_{\rm II}(f = 30\ \text{MHz})}$ = dB/km

Z4.6: ISDN-Versorgungsleitungen



Bei ISDN ist der Endverzweiger (in der Nähe des Teilnehmers) mit einer Ortsvermittlungsstelle (OVSt) durch eine Kupfer–Doppelader verbunden, wobei jeweils zwei Doppeladern zu einem so genannten Sternvierer verdrillt sind. Mehrere solcher Sternvierer sind dann zu einem Grundbündel, mehrere Grundbündel zu einem Hauptbündel zusammengefasst (siehe Grafik).

Im Netz der Deutschen Telekom (ehemals: Deutsche Bundespost) findet man meist Kupferleitungen mit 0.4 mm Aderdurchmesser, für deren Dämpfungs– und Phasenfunktion in **[PW95]** die folgenden Gleichungen angegeben werden:

$$\frac{a_{\rm K}(f)}{\rm dB} = \left[5.1 + 14.3 \cdot \left(\frac{f}{\rm MHz}\right)^{0.59}\right] \cdot \frac{l}{\rm km},$$

$$\frac{b_{\rm K}(f)}{\rm rad} = \left[32.9 \cdot \frac{f}{\rm MHz} + 2.26 \cdot \left(\frac{f}{\rm MHz}\right)^{0.5}\right] \cdot \frac{l}{\rm km}.$$

Hierbei bezeichnet l die Leitungslänge.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum **Kapitel 4.3.** Weitere Informationen zum Dämpfungsverhalten von Kupferleitungen finden Sie im **Kapitel 1.1** des Buches „Beispiele von Nachrichtensystemen".

Fragebogen zu "Z4.6: ISDN-Versorgungsleitungen"

a) Wieviele Teilnehmer (N) können durch das dargestellte Hauptkabel an eine ISDN–Ortsvermittlungsstelle angeschlossen werden?

$\boldsymbol{N}$ =

b) Welche Konsequenzen ergeben sich aus der Zweidrahtübertragung?

- ☐ Die beiden Übertragungsrichtungen können sich gegenseitig stören.
- ☐ Es kann zu Nebensprechstörungen kommen.
- ☐ Es treten Impulsinterferenzen auf.

c) Ein Gleichsignal wird um den Faktor 4 gedämpft. Wie groß ist die Kabellänge l?

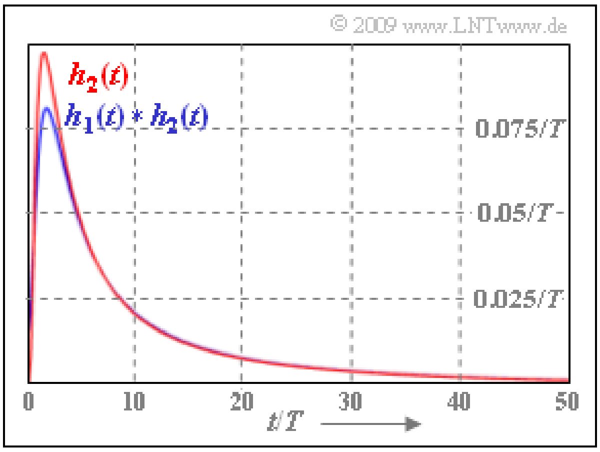
$\boldsymbol{l}$ = km

d) Welche Dämpfung und Phase ergeben sich so für die Frequenz f = 120 kHz?

$a_K(f = 120\text{ kHz})$ = dB

$b_K(f = 120\text{ kHz})$ = rad

A4.7: Kupfer-Doppelader 0.5 mm



Hier soll das Zeitverhalten einer Kupferdoppelader mit einem Durchmesser von 0.5 mm analysiert werden. Der Frequenzgang lautet mit der Leitungslänge l = 1.5 km und der Bitrate R = 10 Mbit/s:

$$\begin{aligned} H_{\rm K}(f) &= {\rm e}^{-{\rm a}_0} \cdot {\rm e}^{-{\rm j}\cdot 2\pi \cdot f \cdot \tau_{\rm P}} \cdot {\rm e}^{-{\rm a}_1 \cdot 2f/R} \cdot \\ &\cdot \ {\rm e}^{-{\rm a}_2 \cdot \sqrt{2f/R}} \cdot {\rm e}^{-{\rm j}\cdot b_2 \cdot \sqrt{2f/R}} . \end{aligned}$$

Hierbei sind folgende Größen verwendet, die sich aus dem Dämpfungs– und Phasenmaß ableiten lassen:

$$\begin{aligned} {\rm a}_0 &= \alpha_0 \cdot l, \ \ {\rm mit} \ \alpha_0 = 0.5066 \ \frac{\rm Np}{\rm km}, \\ \tau_{\rm P} &= \frac{\beta_1 \cdot l}{2\pi}, \ \ {\rm mit} \ \beta_1 = 30.6 \ \frac{\rm rad}{\rm km \cdot MHz}, \\ {\rm a}_1 &= \alpha_1 \cdot l \cdot \frac{R}{2}, \ \ {\rm mit} \ \alpha_1 = 0.136 \ \frac{\rm Np}{\rm km \cdot MHz}, \\ {\rm a}_2 &= \alpha_2 \cdot l \cdot \sqrt{\frac{R}{2}}, \ \ {\rm mit} \ \alpha_2 = 1.1467 \ \frac{\rm Np}{\rm km \cdot MHz^{0.5}}, \\ {\rm b}_2 &= \beta_2 \cdot l \cdot \sqrt{\frac{R}{2}}, \ \ {\rm mit} \ \beta_2 = 1.1467 \ \frac{\rm rad}{\rm km \cdot MHz^{0.5}}. \end{aligned}$$

Die Parameter α_0, α_1 und α_2 wurden aus den k–Parametern umgerechnet, wie in der **Aufgabe A4.6** gezeigt. Der Phasenmaßparameter β_2 wurde hier zahlenmäßig gleich dem Dämpfungsmaßparameter α_2 gesetzt. $\rm a_2$ und b_2 unterscheiden sich deshalb nur in der Einheit.

Die Impulsantwort lässt sich somit in der Form

$$h_{\rm K}(t) = K \cdot [\delta(t-\tau_{\rm P}) \star h_1(t) \star h_2(t)]$$

darstellen, wobei

- die Teilimpulsantwort $h_1(t)$ auf den dritten Term in obiger Gleichung zurückgeht, und
- $h_2(t)$ die gemeinsame Zeitbereichsdarstellung der beiden letzten Terme angibt.

Die Grafik zeigt den Anteil $h_2(t)$ der Impulsantwort und das Faltungsprodukt $h_1(t) * h_2(t)$. Dabei ist $h_2(t)$ gleich der Impulsantwort eines **Koaxialkabels** mit der charakteristischen Kabeldämpfung $\rm a_* = a_2$.

Hinweis: Die Aufgabe beschreibt das Themengebiet von **Kapitel 4.3.**

Fragebogen zu "A4.7: Kupfer-Doppelader 0.5 mm"

a) Berechnen Sie die Konstante der Impulsantwort.

$\boldsymbol{K}$ =

b) Berechnen Sie die Phasenlaufzeit, bezogen auf die Symboldauer T.

$\boldsymbol{\tau_P/T}$ =

c) Wie groß ist die charakteristische Dämpfung des vergleichbaren Koaxialkabels?

$\mathbf{a}_*$ = dB

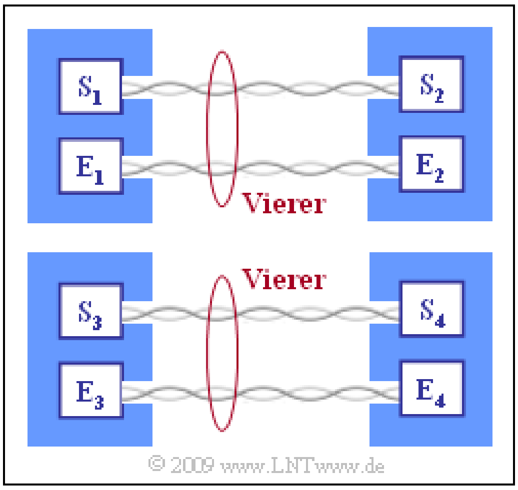
d) Welche Eigenschaften weist die Teilimpulsantwort $h_1(t)$ auf?

- ☐ $h_1(t)$ ist eine gerade Funktion.
- ☐ Das Maximum von $h_1(t)$ liegt bei $t = 0$.
- ☐ Das Integral über $h_1(t)$ ergibt den Wert 2.

e) Welche Eigenschaften erkennt man an der Funktion $h_1(t) * h_2(t)$?

- ☐ $h_1(t) * h_2(t)$ gibt die Verzerrungen von $h_K(t)$ vollständig wieder.
- ☐ $h_1(t) * h_2(t)$ unterscheidet sich von $h_K(t)$ nur durch einen Faktor.

A4.8: Nebensprechstörungen



Auf dem S_0–Bus bei ISDN werden die Daten getrennt nach Übertragungsrichtung auf einem Sternvierer übertragen. Das Empfangssignal eines ISDN–Geräts wird daher außer von Verbindungen auf anderen Adern auch durch Nebensprechen von seinem eigenen Sendesignal gestört.

In dieser Aufgabe werden zwei ISDN–Terminals im Abstand von 50 m berechnet, wobei vorausgesetzt wird:

- Für das Leistungsdichtespektrum (LDS) des Senders eines jeden Terminals gelte sehr stark vereinfacht mit $\Phi_0 = 5 \cdot 10^{-9}$ W/Hz:

$$\Phi_s(f) = \begin{cases} \Phi_0 & \text{für} \quad |f| \le f_0 = 100\,\text{kHz}\,, \\ 0 & \text{für} \quad |f| > f_0\,. \end{cases}$$

- Die Leistungsübertragungsfunktion auf dem S_0–Bus (0.6 mm Kupfer–Zweidrahtleitung, 50 Meter) soll im betrachteten Bereich $0 < |f| < 100$ kHz wie folgt angenähert werden (stark vereinfacht):

$$|H_\text{K}(f)|^2 = 0.9 - 0.4 \cdot \frac{|f|}{\text{MHz}}\,.$$

- Die Nahnebensprech–Leistungsübertragungsfunktion ist wie folgt gegeben (NEXT steht dabei für *Near–End–Crosstalk*):

$$|H_\text{NEXT}(f)|^2 = \left(K_\text{NEXT} \cdot |f|\right)^{3/2}\,, \quad K_\text{NEXT} = 6 \cdot 10^{-10}\,\text{s}\,.$$

Die Grafik zeigt die betrachtete Systemkonfiguration. Mit zwei Doppeladern sind die Teilnehmer 1 und 2 verbunden (je eine in beide Richtungen), während auf zwei anderen Doppeladern (nicht im gleichen Sternvierer) eine Verbindung zwischen Teilnehmer 3 und Teilnehmer 4 besteht.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 4.3** in diesem Buch sowie auf das **Kapitel 1.2** im Buch „Beispiele von Nachrichtensystemen”.

Fragebogen zu "A4.8: Nebensprechstörungen"

a) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- [ ] Der Sender S_1 führt bei Empfänger E_2 zu Nahnebensprechen.
- [ ] Der Sender S_2 führt bei Empfänger E_2 zu Nahnebensprechen.
- [ ] Der Sender S_3 führt bei Empfänger E_2 zu Nahnebensprechen.
- [ ] Nahnebensprechen ist unangenehmer als Fernnebensprechen.

b) Berechnen Sie die Sendeleistung mit der angegebenen vereinfachten Annahme.

P_S = W

c) Wie groß ist die beim Empfänger ankommende Nutzleistung?

P_E = W

d) Geben Sie die Leistung der Nebensprechstörung an.

P_NEXT = W

e) Wie groß ist der Signal–zu–Nebensprech–Störabstand?

$10 \cdot \lg P_\text{E}/P_\text{NEXT}$ = dB