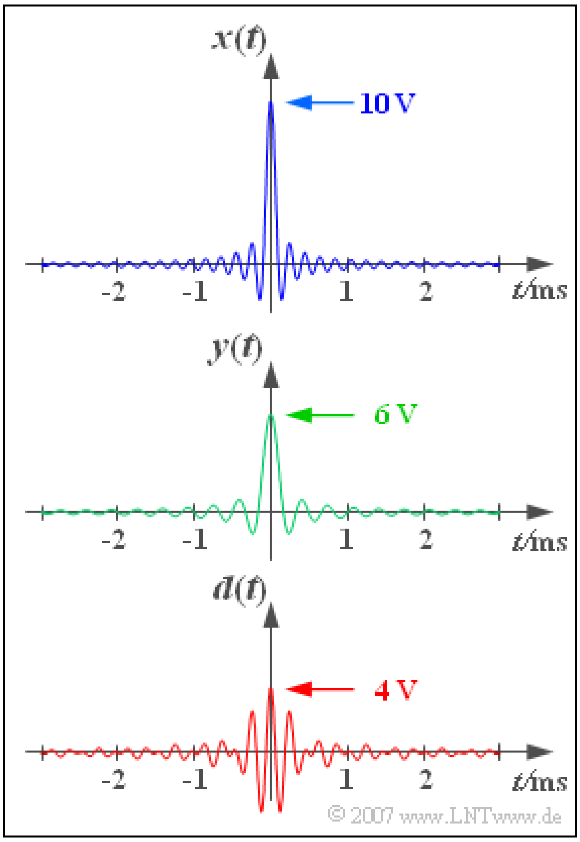
A4.1: TP- und BP-Signale



Rechts sind drei Signalverläufe skizziert, wobei die beiden ersten Signale folgenden Verlauf aufweisen:

$$x(t) = 10\,\text{V} \cdot \text{si}(\pi \cdot t/T_x),$$

$$y(t) = 6\,\text{V} \cdot \text{si}(\pi \cdot t/T_y).$$

Die Parameter T_x = 100 µs und T_y = 166.67 µs geben jeweils die erste Nullstelle von $x(t)$ bzw. $y(t)$ an.

Das Signal $d(t)$ ergibt sich aus der Differenz der beiden oberen Signale (untere Grafik):

$$d(t) = x(t) - y(t).$$

In der Teilaufgabe d) ist nach den Integralflächen der impulsartigen Signale $x(t)$ und $d(t)$ gefragt. Für diese gilt:

$$F_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\;\text{d}t, \qquad F_d = \int_{-\infty}^{+\infty} d(t)\;\text{d}t.$$

Dagegen gilt für die entsprechenden Signalenergien mit dem *Satz von Parseval*:

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2\;\text{d}t = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2\;\text{d}f,$$

$$E_d = \int_{-\infty}^{+\infty} |d(t)|^2\;\text{d}t = \int_{-\infty}^{+\infty} |D(f)|^2\;\text{d}f.$$

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf den Theorieteil von **Kapitel 4.1.** Berücksichtigen Sie weiterhin, dass die Fourierrücktransformierte eines rechteckförmigen Spektrums

$$X(f) = \begin{cases} X_0 \text{ für } |f| < \text{B}, \\ \quad 0 \quad \text{sonst} \end{cases}$$

wie folgt lautet:

$$x(t) = 2 \cdot X_0 \cdot B \cdot \text{si}(2\pi B t).$$

Fragebogen zu "A4.1: TP- und BP-Signale"

a) Wie lautet das Spektrum $X(f)$ des Signals $x(t)$? Wie groß sind $X(f = 0)$ und die physikalische, einseitige Bandbreite von $x(t)$?

$\boldsymbol{X(f = 0)}$ = V/Hz

$\boldsymbol{B_x}$ = Hz

b) Wie lauten die entsprechenden Kenngrößen des Signals $y(t)$?

$\boldsymbol{Y(f = 0)}$ = V/Hz

$\boldsymbol{B_y}$ = Hz

c) Berechnen Sie das Spektrum $D(f)$ des Differenzsignals $d(t) = x(t) - y(t)$. Wie groß sind $D(f = 0)$ und die physikalische, einseitige Bandbreite B_d?

$\boldsymbol{D(f = 0)}$ = V/Hz

$\boldsymbol{B_d}$ = Hz

d) Wie groß sind die Integralflächen F_x und F_d der Signale $x(t)$ und $d(t)$?

$\boldsymbol{F_x}$ = Vs

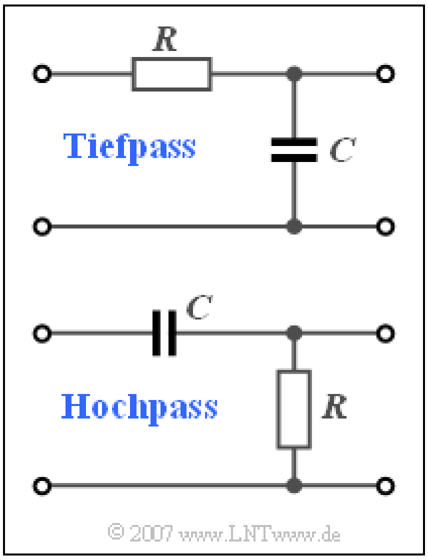
$\boldsymbol{F_d}$ = Vs

e) Wie groß sind die (auf 1 Ω umgerechneten) Energien dieser Signale?

$\boldsymbol{E_x}$ = V^2s

$\boldsymbol{E_d}$ = V^2s

Z4.1: Hochpass-System



Die auf Seite 3 dieses Abschnittes dargestellten Beziehungen gelten nicht nur für Signale und Spektren, sondern in gleicher Weise auch für Frequenzgang $H(f)$ und Impulsantwort $h(t)$ eines LZI-Systems; auch diese stehen über die Fouriertransformation im Zusammenhang. Nähere Informationen hierzu finden Sie im Buch „Lineare zeitinvariante Systeme".

Die Schaltung gemäß dem oberen Bild ist die einfachste Realisierung eines Tiefpasses. Für sehr hohe Frequenzen wirkt die Kapazität C als Kurzschluss, so dass hochfrequente Anteile im Ausgangssignal nicht mehr enthalten sind. Dagegen werden niederfrequente Signalanteile durch den Spannungsteiler nur unmerklich abgeschwächt.

Mit der 3dB-Grenzfrequenz f_G gilt für den Frequenzgang:

$$H_{\rm TP}(f) = \frac{1}{1+{\rm j}\cdot f/f_{\rm G}} = |H_{\rm TP}(f)| \cdot {\rm e}^{-{\rm j}\cdot \varphi_{\rm TP}(f)}.$$

Im zweiten Gleichungsteil ist der Frequenzgang $H_{TP}(f)$ nach Betrag und Phase aufgespalten.

Die Impulsantwort $h_{TP}(t)$ erhält man durch Fouriertransformation von $H_{TP}(f)$, wobei

$$\tau = R\cdot C = \frac{1}{2\pi \cdot f_{\rm G}}$$

zu setzen ist. Für $t < 0$ ist die Impulsantwort identisch 0, für positive Zeiten gilt:

$$h_{\rm TP}(t) = \frac{1}{\tau}\cdot {\rm e}^{-t/\tau}.$$

Die unten dargestellte Schaltung beschreibt einen Hochpass, dessen Frequenzgang $H_{HP}(f)$ und Impulsantwort $h_{HP}(t)$ in dieser Aufgabe ermittelt werden sollen. Ein solcher Hochpass kann auch als Grenzfall eines Bandpasses interpretiert werden.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf den Theorieteil von **Kapitel 4.1.**

Fragebogen zu "Z4.1: Hochpass-System"

a) Welche der nachfolgenden Aussagen sind beim TP-System zutreffend?

- ☐ Der Gleichsignalübertragungsfaktor beträgt $H_{TP}(f = 0) = 2$.
- ☐ $|H_{TP}(f)|$ ist bei $f = f_G$ um „Wurzel aus 2” kleiner als bei $f = 0$.
- ☐ Die Phasenfunktion lautet: $\varphi_{TP}(f) = \arctan(f/f_G)$.

b) Begründen Sie, warum stets $H_{HP}(f) = 1 - H_{TP}(f)$ gelten muss. Berechnen Sie $H_{HP}(f)$, insbesondere den Wert bei $f = 0$.

$\boldsymbol{H_{HP}(f = 0)}$ =

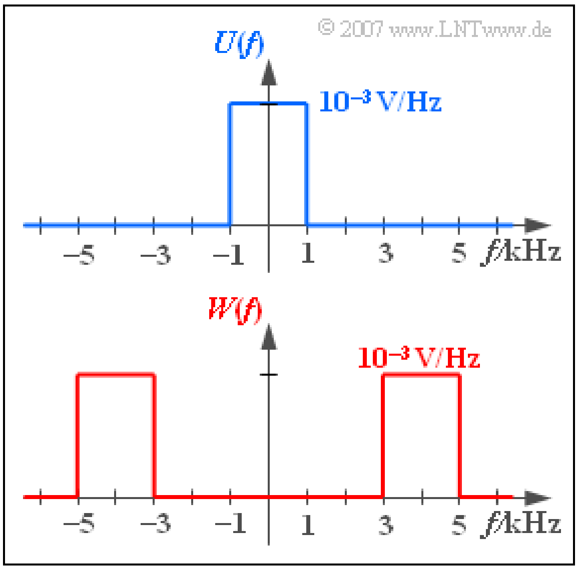
c) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- ☐ Es gilt $|H_{HP}(f = f_G)| = 1 - |H_{TP}(f = f_G)|$.
- ☐ Es gilt $|H_{HP}(f = f_G)| = |H_{TP}(f = f_G)|$.
- ☐ Für positive Frequenzen gilt $\varphi_{HP}(f) = \varphi_{TP}(f) - \pi/2$.

d) Berechnen Sie die Impulsantwort $h_{TP}(t)$. Interpretieren Sie das Ergebnis. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- ☐ Es gilt $h_{HP}(t) = \tau/t \cdot \exp(-t/\tau)$.
- ☐ Es gilt $h_{HP}(t) = \delta(t) - 1/\tau \cdot \exp(-t/\tau)$.
- ☐ Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Impulsantwort unendlich groß.
- ☐ Zum Zeitpunkt $t = \tau$ ist die Impulsantwort gleich e/τ.

A4.2: Rechteckförmige Spektren



Wir betrachten zwei Signale $u(t)$ und $w(t)$ mit jeweils rechteckförmigen Spektralfunktionen $U(f)$ bzw. $W(f)$. Es ist offensichtlich, dass

$$u(t) = u_0 \cdot \text{si}(\pi \cdot t/T_u)$$

ein TP–Signal ist, dessen zwei Parameter u_0 und T_u in der Teilaufgabe a) zu bestimmen sind. Dagegen zeigt das Spektrum $W(f)$, dass $w(t)$ ein BP–Signal beschreibt.

In dieser Aufgabe wird außerdem auf das BP–Signal

$$d(t) = 10\,\text{V} \cdot \text{si}(5\pi\, f_2 t) - 6\,\text{V} \cdot \text{si}(3\pi\, f_2\, t)$$

Bezug genommen, dessen Spektrum in Aufgabe A4.1 ermittelt wurde. Es sei f_2 = 2 kHz.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf den Theorieteil von **Kapitel 4.1.** Berücksichtigen Sie bei der Lösung die folgende trigonometrische Beziehung:

$$\sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)\right].$$

Fragebogen zu "A4.2: Rechteckförmige Spektren"

a) Welche Werte besitzen die Parameter u_0 und T_u des TP-Signals?

u_0 = V

T_u = ms

b) Berechnen Sie das BP–Signal $w(t)$. Wie groß sind die beiden Signalwerte bei $t = 0$ und $t = 62.5$ µs?

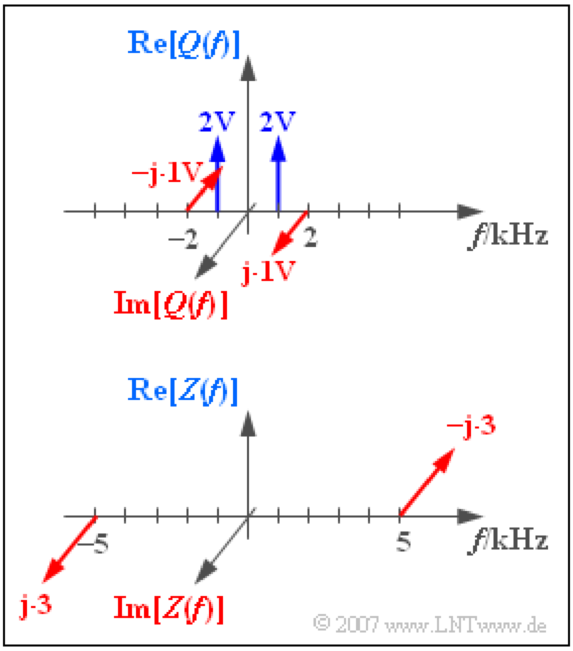
$w(t = 0)$ = V

$w(t = 62.5\ \mu s)$ = V

c) Welche Aussagen sind bezüglich der BP–Signale $d(t)$ und $w(t)$ zutreffend? Begründen Sie Ihr Ergebnis im Zeitbereich.

- Die Signale $d(t)$ und $w(t)$ sind identisch.
- $d(t)$ und $w(t)$ unterscheiden sich durch einen konstanten Faktor.
- $d(t)$ und $w(t)$ haben unterschiedliche Form.

Z4.2: Multiplikation mit Sinussignal



Betrachtet wird ein periodisches Nachrichtensignal $q(t)$, dessen Spektralfunktion $Q(f)$ im oberen Bild zu sehen ist.

Eine Multiplikation mit dem dimensionslosen Träger $z(t)$, dessen Spektrum $Z(f)$ ebenfalls dargestellt ist, führt zum Signal

$$s(t) = q(t) \cdot z(t).$$

In dieser Aufgabe soll die Spektralfunktion $S(f)$ dieses Signals ermittelt werden, wobei die Lösung entweder im Zeit- oder im Frequenzbereich erfolgen kann.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf den Lehrstoff von **Kapitel 4.1.**

Fragebogen zu "Z4.2: Multiplikation mit Sinussignal"

a) Geben Sie das Quellensignal $q(t)$ in analytischer Form an. Welche Werte ergeben sich für $t = 0$ und $t = 0.125$ ms?

$q(t = 0)$ = V

$q(t = 0.125\ \text{ms})$ = V

b) Wie lautet das Trägersignal $z(t)$? Wie groß ist dessen Maximalwert?

z_{max} =

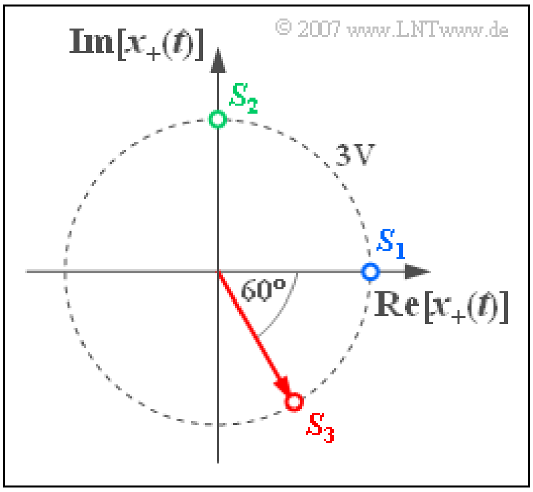
c) Berechnen Sie die Spektrum $S(f)$ getrennt nach Real– und Imaginärteil. Bei welchen Frequenzen gibt es Diraclinien mit einem Realteil ≠ 0?

- [ ] 3 kHz
- [ ] 4 kHz
- [ ] 5 kHz
- [ ] 6 kHz
- [ ] 7 kHz

d) Bei welchen Frequenzen treten rein imaginäre Spektrallinien auf?

- [ ] 3 kHz
- [ ] 4 kHz
- [ ] 5 kHz
- [ ] 6 kHz
- [ ] 7 kHz

A4.3: Zeigerdiagrammdarstellung



Wir betrachten ein analytisches Signal $x_+(t)$, welches durch das gezeichnete Diagramm in der komplexen Ebene festgelegt ist. Je nach Wahl der Signalparameter ergeben sich daraus drei physikalische BP–Signale $x_1(t)$, $x_2(t)$ und $x_3(t)$, die sich durch verschiedene Startpunkte $S_i = x_i(t = 0)$ unterscheiden (blauer, grüner und roter Punkt). Zudem seien auch die Winkelgeschwindigkeiten der drei Konstellationen unterschiedlich:

- Das analytische Signal $x_{1+}(t)$ beginnt bei S_1 = 3 V. Die Winkelgeschwindigkeit ist $\omega_1 = \pi \cdot 10^4$ 1/s.
- Das Signal $x_{2+}(t)$ beginnt beim grünen Startpunkt S_2 = j · 3 V und dreht gegenüber $x_{1+}(t)$ mit doppelter Winkelgeschwindigkeit ($\omega_2 = 2 \cdot \omega_1$).
- Das Signal $x_{3+}(t)$ beginnt beim rot markierten Ausgangspunkt S_3 = 3 V · exp(–jπ/3) und dreht mit gleicher Geschwindigkeit wie das Signal $x_{2+}(t)$.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 4.2.**

Fragebogen zu "A4.3: Zeigerdiagrammdarstellung"

a) Wie groß sind die Amplituden aller betrachteten Signale?

A = V

b) Welche Werte besitzen Frequenz und Phase des Signals $x_1(t)$?

f_1 = kHz

φ_1 = Grad

c) Welche Werte besitzen Frequenz und Phase des Signals $x_2(t)$?

f_2 = kHz

φ_2 = Grad

d) Welche Werte besitzen Frequenz und Phase des Signals $x_3(t)$?

f_3 = kHz

φ_3 = Grad

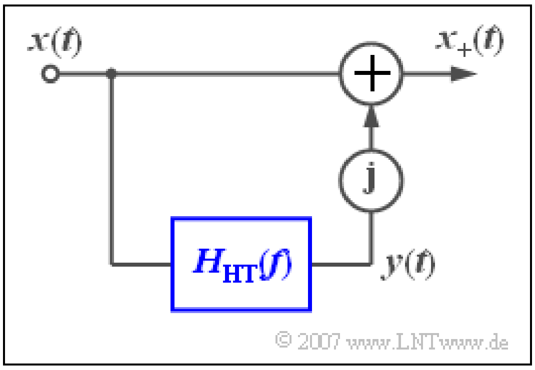
e) Nach welcher Zeit t_1 ist das analytische Signal erstmalig wieder gleich dem Startwert $x_{3+}(t = 0)$?

t_1 = ms

f) Nach welcher Zeit t_2 ist das physikalische Signal $x_3(t)$ zum ersten Mal wieder so groß wie zum Zeitpunkt $t = 0$?

t_2 = ms

Z4.3: Hilbert-Transformator



Die Grafik beschreibt ein Modell, wie – zumindest gedanklich – aus dem reellen BP–Signal $x(t)$ das analytische Signal $x_+(t)$ generiert werden kann. Der untere Zweig enthält den so genannten Hilbert–Transformator mit dem Frequenzgang $H_{\rm HT}(f)$. Dessen Ausgangssignal $y(t)$ wird mit der imaginären Einheit j multipliziert und zum Signal $x(t)$ addiert:

$$x_+(t) = x(t) + {\rm j}\cdot y(t).$$

Als Testsignale werden verwendet, jeweils mit A = 1V und f_0 = 10 kHz:

$$x_1(t) = A\cdot \cos(2\pi f_0 t),$$

$$x_2(t) = A\cdot \sin(2\pi f_0 t),$$

$$x_3(t) = A\cdot \cos(2\pi f_0 (t-\tau)) \quad {\rm mit} \quad \tau = 12.5\,\mu{\rm s}.$$

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf den Lehrstoff von **Kapitel 4.2.** Für die Spektralfunktion des analytischen Signals gilt:

$$X_+(f) = [1+{\rm sign}(f)]\cdot X(f).$$

Fragebogen zu "Z4.3: Hilbert-Transformator"

a) Berechnen Sie den Frequenzgang $H_{HT}(f)$ des Hilbert-Transformators. Welcher Wert gilt für die Frequenz f_0 = 10 kHz?

$\mathrm{Re}[H_{HT}(f = f_0)]$ =

$\mathrm{Im}[H_{HT}(f = f_0)]$ =

b) Wie lautet die Hilbert-Transformierte $y_1(t)$ für das Eingangssignal $x_1(t)$? Welcher Wert ergibt sich insbesondere bei t = 0?

$y_1(t = 0)$ = V

c) Wie lautet die Hilbert-Transformierte $y_2(t)$ für das Eingangssignal $x_2(t)$? Welcher Wert ergibt sich insbesondere bei t = 0?

$y_2(t = 0)$ = V

d) Wie lautet die Hilbert-Transformierte $y_3(t)$ für das Eingangssignal $x_3(t)$? Wie groß ist die Phasenverzögerung φ_{HT} des Hilbert-Transformators?

φ_{HT} = Grad

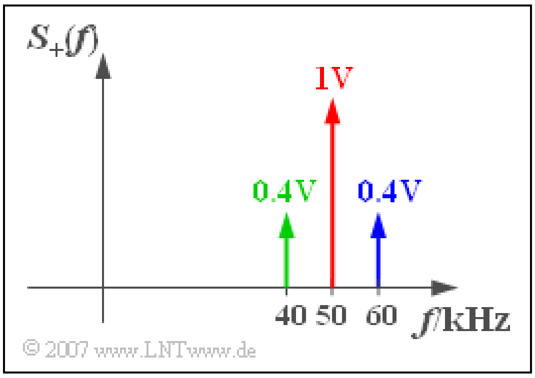
$y_3(t = 0)$ = V

e) Wie lautet das zu $x_3(t)$ gehörige analytische Signal? Welchen Wert haben Real– und Imaginärteil dieses komplexen Signals zum Zeitpunkt t = 0?

$\mathrm{Re}[x_{3+}(t = 0)]$ = V

$\mathrm{Im}[x_{3+}(t = 0)]$ = V

A4.4: Zeigerdiagramm bei ZSB-AM



Wir gehen von einem cosinusförmigen Quellensignal $q(t)$ mit der Amplitude $A_{\rm N}$ = 0.8 V und der Frequenz $f_{\rm N}$ = 10 kHz aus. Die Frequenzumsetzung erfolgt mittels **Zweiseitenband–Amplitudenmodulation mit Träger,** abgekürzt ZSB–AM.

Das modulierte Signal $s(t)$ lautet mit dem (normierten) Träger $z(t) = \cos(\omega_{\rm T} \cdot t)$ und dem Gleichanteil q_0 = 1 V:

$$\begin{aligned} s(t) &= (q_0 + q(t)) \cdot z(t) = (1\,{\rm V} + 0.8\,{\rm V} \cdot \cos(\omega_{\rm N} \cdot t)) \cdot \cos(\omega_{\rm T} \cdot t) = \\ &= q_0 \cdot \cos(\omega_{\rm T} \cdot t) + \frac{A_{\rm N}}{2} \cdot \cos((\omega_{\rm T} + \omega_{\rm N}) \cdot t) + \frac{A_{\rm N}}{2} \cdot \cos((\omega_{\rm T} - \omega_{\rm N}) \cdot t). \end{aligned}$$

Der erste Term beschreibt den *Träger*, der zweite Term das sogenannte *obere Seitenband* (OSB) und der letzte Term das *untere Seitenband* (USB).

Die Skizze zeigt das Spektrum $S_+(f)$ des dazugehörigen analytischen Signals für $f_{\rm T}$ = 50 kHz. Man erkennt den Träger (rot), das obere Seitenband (blau) und das untere Seitenband (grün).

In der Teilaufgabe e) ist nach dem Betrag von $s_+(t)$ gefragt. Hierunter versteht man die Länge des resultierenden Zeigers.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 4.2.**
Sie können Ihre Lösung mit dem folgenden Interaktionsmodul überprüfen:
Zeigerdiagramm – Darstellung des analytischen Signals

Fragebogen zu "A4.4: Zeigerdiagramm bei ZSB-AM"

a) Wie lautet das analytische Signal $s_+(t)$. Wie groß ist dieses zur Zeit t = 0?

$\mathbf{Re}[s_+(t = 0)]$ = V

$\mathbf{Im}[s_+(t = 0)]$ = V

b) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- [ ] $s_+(t)$ ergibt sich aus $s(t)$, wenn man cos(...) durch $e^{j(...)}$ ersetzt.
- [ ] Ist $s(t)$ eine gerade Zeitfunktion, so ist $s_+(t)$ rein reell.
- [ ] Zu keinem Zeitpunkt verschwindet der Imaginärteil von $s_+(t)$.

c) Welchen Wert besitzt das analytische Signal zur Zeit t = 5 µs?

$\mathbf{Re}[s_+(t = 5\ \mu s)]$ = V

$\mathbf{Im}[s_+(t = 5\ \mu s)]$ = V

d) Welchen Wert besitzt $s_+(t)$ zum Zeitpunkt t = 20 µs?

$\mathbf{Re}[s_+(t = 20\ \mu s)]$ = V

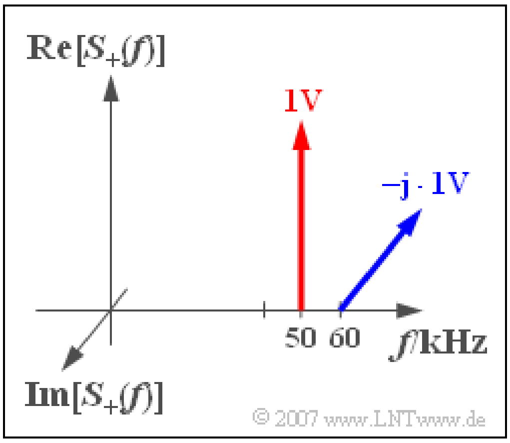
$\mathbf{Im}[s_+(t = 20\ \mu s)]$ = V

e) Was ist die kleinstmögliche Zeigerlänge? Zu welchem Zeitpunkt t_{min} tritt dieser Wert zum ersten Mal auf?

$|s_+(t)|_{min}$ = V

t_{min} = µs

Z4.4: Zeigerdiagramm bei ESB-AM



Betrachtet werden soll das analytische Signal $s_+(t)$ mit dem Linienspektrum

$$S_+(f) = 1\,\mathrm{V} \cdot \delta(f - f_{50}) - \mathrm{j} \cdot 1\,\mathrm{V} \cdot \delta(f - f_{60}).$$

Hierbei stehen f_{50} und f_{60} als Abkürzungen für die Frequenzen 50 kHz bzw. 60 kHz.

Dieses analytische Signal könnte zum Beispiel bei der Einseitenband–Amplitudenmodulation (ESB-AM) eines sinusförmigen Nachrichtensignals (Frequenz f_N = 10 kHz) mit einem cosinusförmigen Trägersignal (f_T = 50 kHz) auftreten, wobei nur das obere Seitenband übertragen wird (OSB-Modulation).

Entsprechend den Ausführungen im **Kapitel 2.4** des Buches *Modulationsverfahren* könnte es aber auch durch eine USB-Modulation des gleichen Sinussignals entstehen, wenn ein sinusförmiges Trägersignal mit der Trägerfrequenz f_T = 60 kHz verwendet wird.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 4.2.**
Sie können Ihre Lösung mit dem folgenden Interaktionsmodul überprüfen:
Zeigerdiagramm – Darstellung des analytischen Signals

Fragebogen zu "Z4.4: Zeigerdiagramm bei ESB-AM"

a) Geben Sie das analytische Signal $s_+(t)$ formelmäßig an. Welcher Wert ergibt sich zum Startzeitpunkt $t = 0$?

Re[$s_+(t = 0)$] = V

Im[$s_+(t = 0)$] = V

b) Zu welcher Zeit t_1 tritt der erste Nulldurchgang des physikalischen Signals $s(t)$ relativ zum ersten Nulldurchgang des 50 kHz-Cosinussignals auf?
Hinweis: Letzterer ist zur Zeit $T_0/4 = 1/(4f_{50}) = 5$ µs.

- [ ] Es gilt $t_1 < 5$ µs.
- [ ] Es gilt $t_1 = 5$ µs.
- [ ] Es gilt $t_1 > 5$ µs.

c) Welchen Maximalwert nimmt der Betrag $|s_+(t)|$ an? Zu welchem Zeitpunkt t_2 wird dieser Maximalwert zum ersten Mal erreicht?

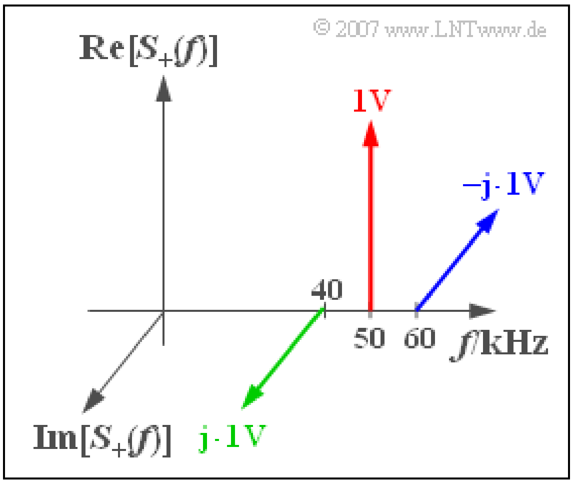
$|s_+(t)|_{max}$ = V

t_2 = µs

d) Zu welchem Zeitpunkt t_3 ist die Zeigerlänge $|s_+(t)|$ erstmalig gleich 0?

t_3 = µs

A4.5: Ortskurve bei ZSB-AM



Wir betrachten ein ähnliches Übertragungsszenario wie in **Aufgabe A4.4:**

- sinusförmiges Nachrichtensignal, Amplitude A_N = 2 V, Frequenz f_N = 10 kHz,
- ZSB-Amplitudenmodulation mit Träger; mit f_T = 50 kHz (Trägerfrequenz).

Nebenstehend sehen Sie die Spektralfunktion $S_+(f)$ des analytischen Signals. Berücksichtigen Sie bei der Lösung, dass das äquivalente Tiefpass-Signal auch in der Form

$$s_{\rm TP}(t) = a(t) \cdot {\rm e}^{{\rm j}\,\phi(t)}$$

dargestellt werden kann, wobei $a(t) \geq 0$ gelten soll. Für $\phi(t)$ ist der Wertebereich $-\pi < \phi(t) \leq +\pi$ zulässig und es gilt die allgemeingültige Gleichung:

$$\phi(t) = \arctan \frac{{\rm Im}\left[s_{\rm TP}(t)\right]}{{\rm Re}\left[s_{\rm TP}(t)\right]}.$$

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 4.3.**

Sie können Ihre Lösung mit dem folgenden Interaktionsmodul überprüfen:
Ortskurve – Darstellung des äquivalenten Tiefpass-Signals

Fragebogen zu "A4.5: Ortskurve bei ZSB-AM"

a) Berechnen Sie das äquivalente Tiefpass-Signal $s_{TP}(t)$ im Frequenz– und Zeitbereich. Welchen Wert besitzt $s_{TP}(t)$ zum Startzeitpunkt $t = 0$?

Re[$s_{TP}(t = 0)$] = V

Im[$s_{TP}(t = 0)$] = V

b) Welche Werte weist $s_{TP}(t)$ zu den Zeitpunkten $t = T_0/10$, $T_0/4$, $3T_0/4$ und $T_0 = 100$ µs auf? Zeigen Sie, dass alle Werte rein reell sind.

Re[$s_{TP}(t = 10\ \mu s)$] = V

Re[$s_{TP}(t = 25\ \mu s)$] = V

Re[$s_{TP}(t = 75\ \mu s)$] = V

Re[$s_{TP}(t = 100\ \mu s)$] = V

c) Wie lautet die Betragsfunktion $a(t)$? Welche Werte ergeben sich zu den Zeiten $t = 25$ µs und $t = 75$ µs?

$a(t = 25$ µs$)$ = V

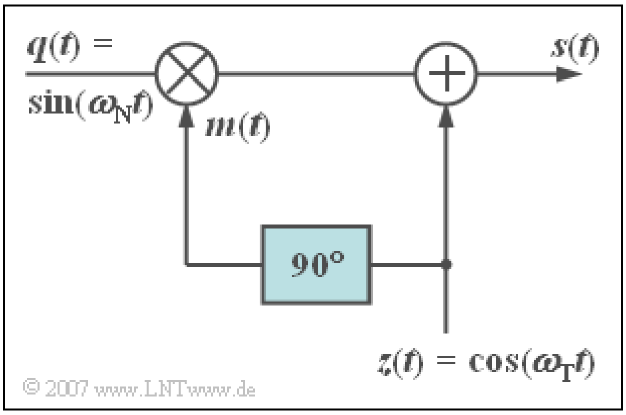
$a(t = 75$ µs$)$ = V

d) Geben Sie die Phasenfunktion $\phi(t)$ allgemein an. Welche Werte ergeben sich zu den Zeiten $t = 25$ µs und $t = 75$ µs?

$\phi(t = 25$ µs$)$ = Grad

$\phi(t = 75$ µs$)$ = Grad

Z4.5: Einfacher Phasenmodulator



Die Grafik zeigt eine recht einfache Anordnung zur Approximation eines Phasenmodulators. Alle Signale seien hierbei dimensionslose Größen.

Das sinusförmige Nachrichtensignal $q(t)$ der Frequenz f_N = 10 kHz wird mit dem Signal $m(t)$ multipliziert, das sich aus dem cosinusförmigen Trägersignal $z(t)$ durch Phasenverschiebung um ϕ = 90° ergibt:

$$m(t) = \cos(\omega_T t + 90^\circ).$$

Anschließend wird das Signal $z(t)$ mit der Frequenz f_T = 1 MHz noch direkt addiert.

Zur Abkürzung werden in dieser Aufgabe auch die Differenzfrequenz $f_\Delta = f_T - f_N$ = 0.99 MHz, die Summenfrequenz $f_\Sigma = f_T + f_N$ = 1.01 MHz sowie die beiden Kreisfrequenzen $\omega_\Delta = 2\pi \cdot f_\Delta$ und $\omega_\Sigma = 2\pi \cdot f_\Sigma$ verwendet.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf den Lehrstoff von **Kapitel 4.3.** Berücksichtigen Sie die trigonomischen Umformungen

$$\sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha + \beta),$$

$$\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta).$$

Fragebogen zu "Z4.5: Einfacher Phasenmodulator"

a) Welche der folgenden Gleichungen beschreiben $s(t)$ in richtiger Weise?

- [ ] $s(t) = \cos(\omega_\text{T} \cdot t) - q(t) \cdot \sin(\omega_\text{T} \cdot t)$.
- [ ] $s(t) = \cos(\omega_\text{T} \cdot t) + q(t) \cdot \cos(\omega_\text{T} \cdot t)$.
- [ ] $s(t) = \cos(\omega_\text{T} \cdot t) + 0.5 \sin(\omega_\Delta \cdot t) + 0.5 \sin(\omega_\Sigma \cdot t)$.
- [ ] $s(t) = \cos(\omega_\text{T} \cdot t) - 0.5 \cos(\omega_\Delta \cdot t) + 0.5 \cos(\omega_\Sigma \cdot t)$.

b) Berechnen Sie das äquivalente Tiefpass-Signal $s_\text{TP}(t)$. Welche Inphase– und Quadraturkomponente ergeben sich zum Zeitpunkt $t = 0$?

$\boldsymbol{s_\text{I}(t = 0)}$ =

$\boldsymbol{s_\text{Q}(t = 0)}$ =

c) Welche der folgenden Aussagen treffen für die Ortskurve $s_\text{TP}(t)$ zu?

- [ ] Die Ortskurve ist ein Kreisbogen.
- [ ] Die Ortskurve ist eine horizontale Gerade.
- [ ] Die Ortskurve ist eine vertikale Gerade.

d) Berechnen Sie den Betrag $a(t)$, insbesondere Maximal– und Minimalwert.

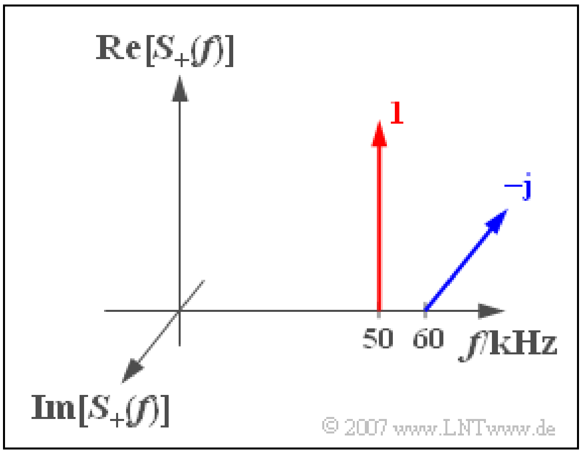
$\boldsymbol{a_\text{max}}$ =

$\boldsymbol{a_\text{min}}$ =

e) Wie lautet die Phasenfunktion $\phi(t)$. Wie groß ist der Maximalwert?

$\boldsymbol{\phi_\text{max}}$ = Grad

A4.6: Ortskurve bei ESB-AM



Wir betrachten wie in **Aufgabe Z4.4** das analytische Signal $s_+(t)$ mit der Spektralfunktion

$$S_+(f) = 1 \cdot \delta(f - f_{50}) - \mathrm{j} \cdot \delta(f - f_{60}).$$

Hierbei stehen f_{50} und f_{60} als Abkürzungen für die Frequenzen 50 kHz bzw. 60 kHz.

In dieser Aufgabe soll der Verlauf des äquivalenten Tiefpass-Signals $s_{\rm TP}(t)$ analysiert werden, das in diesem Tutorial auch als *Ortskurve* bezeichnet wird.

In den Aufgaben (a) bis (c) gehen wir davon aus, dass das Signal $s(t)$ durch eine Einseitenband-Amplitudenmodulation des sinusförmigen Nachrichtensignals der Frequenz $f_{\rm N}$ = 10 kHz mit cosinusförmigem Träger bei $f_{\rm T} = f_{50}$ entstanden ist, wobei nur das obere Seitenband (OSB) übertragen wird.

Dagegen wird bei der Teilaufgabe (d) von der Trägerfrequenz $f_{\rm T} = f_{60}$ ausgegangen. Diese Annahme setzt voraus, dass eine USB-Modulation stattgefunden hat.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 4.3.**

Sie können Ihre Lösung mit dem folgenden Interaktionsmodul überprüfen:
Ortskurve – Darstellung des äquivalenten Tiefpass-Signals

Fragebogen zu "A4.6: Ortskurve bei ESB-AM"

a) Geben Sie das äquivalente Tiefpass-Signal $s_{\rm TP}(t)$ für die Trägerfrequenz $f_{\rm T}$ = 50 kHz an. Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- ☐ Die Ortskurve beschreibt eine Ellipse.
- ☐ Die Ortskurve beschreibt einen Kreis.
- ☐ Die Ortskurve beschreibt einen Kreisbogen.

b) Berechnen Sie die Betragsfunktion $a(t) = |s_{\rm TP}(t)|$. Wie groß ist der Wert a_0 bei t = 0 sowie der Maximal– und Minimalwert des Betrags?

$\boldsymbol{a_{\rm max}}$ =

$\boldsymbol{a_0}$ =

$\boldsymbol{a_{\rm min}}$ =

c) Berechnen Sie die Phasenfunktion $\phi(t)$. Wie groß sind die Phasenwerte bei t = 0 sowie t = 25 μs? Interpretieren Sie $\phi(t)$ im Bereich um t = 75 µs.

$\boldsymbol{\phi(t = 0)}$ = Grad

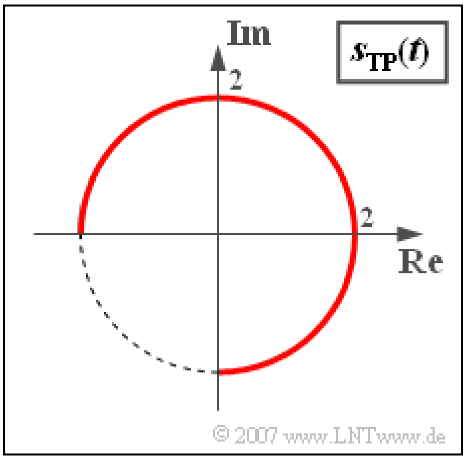
$\boldsymbol{\phi(t = 25\ \mu s)}$ = Grad

$\boldsymbol{\phi(t = 75\ \mu s)}$ = Grad

d) Geben Sie das äquivalente Tiefpass-Signal $s_{\rm TP}(t)$ für $f_{\rm T}$ = 60 kHz an. Welche der folgenden Aussagen sind zutreffend?

- ☐ Die Ortskurve ist ein Kreis mit Mittelpunkt (0, –j), Radius 1.
- ☐ Es gilt nun $s_{\rm TP}(t = 0) = 1 + {\rm j}$.
- ☐ Die Betragsfunktion $a(t)$ ist gegenüber $f_{\rm T} = f_{50}$ unverändert.
- ☐ Die Phasenfunktion $\phi(t)$ ist gegenüber $f_{\rm T} = f_{50}$ unverändert.

Z4.6: Ortskurve bei Phasenmodulation



Wir gehen hier von einem Nachrichtensignal $q(t)$ aus, das normiert (dimensionslos) betrachtet wird. Der Maximalwert dieses Signal ist q_{max} = 1 und der minimale Signalwert beträgt q_{min} = –0.5. Ansonsten ist über $q(t)$ nichts bekannt.

Das modulierte Signal lautet bei Phasenmodulation:

$$s(t) = s_0 \cdot \cos(\omega_{\rm T}\, t + \eta \cdot q(t)).$$

Hierbei bezeichnet η den so genannten Modulationsindex. Auch die Hüllkurve s_0 sei eine dimensionslose Größe, die im Folgenden zu 2 gesetzt wird (siehe Grafik).

Ersetzt man in dieser Gleichung die Cosinus– durch die komplexe Exponentialfunktion, so kommt man zum analytischen Signal

$$s_+(t) = s_0 \cdot {\rm e}^{{\rm j}\,\cdot\,(\omega_{\rm T}\,\cdot\, t + \eta\,\cdot\, q(t))}.$$

Daraus kann man das in der Grafik skizzierte äquivalente TP-Signal wie folgt berechnen:

$$s_{\rm TP}(t) = s_+(t) \cdot {\rm e}^{-{\rm j}\,\cdot\,\omega_{\rm T}\,\cdot\, t} = s_0 \cdot {\rm e}^{{\rm j}\,\cdot\,\eta\,\cdot\, q(t)}.$$

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf die theoretischen Grundlagen von **Kapitel 4.3.**

Fragebogen zu "Z4.6: Ortskurve bei Phasenmodulation"

a) Wie lautet die Betragsfunktion $a(t) = |s_{TP}(t)|$? Welcher Wert gilt für $t = 0$?

$\boldsymbol{a(t = 0)}$ =

b) Zwischen welchen Werten ϕ_{min} und ϕ_{max} schwankt die Phase $\phi(t)$?

$\boldsymbol{\phi_{min}}$ = Grad

$\boldsymbol{\phi_{min}}$ = Grad

c) Bestimmen Sie aus der Phasenfunktion $\phi(t)$ den Modulationsindex.

$\boldsymbol{\eta}$ =

d) Welche der folgenden Aussagen sind zutreffend?

- [ ] Aus $q(t)$ = –0.5 = const. folgt $s(t) = s_0 \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$.
- [ ] Bei einem Rechtecksignal $q(t)$ ⇒ zwei mögliche Signalwerte ±0.5 entartet die Ortskurve zu zwei Punkten.
- [ ] Mit den Signalwerten ±1 wird die Ortskurve zu einem Punkt: $s_{TP}(t) = –s_0$. *Hinweis:* Die Angabe q_{min} = –0.5 gilt hier nicht.